Aufgaben zur Abstrakten harmonischen Analysis

Blatt 10
SS 2016
Abgabe: 23.06.16 14:15 Uhr in der Übungsgruppe

Søren Knudby
Sven Raum

Aufgabe 1 [4 Punkte].

(i) Zeigen Sie, dass für speziellen unitäre Gruppe gilt

$$\mathrm{SU}(2) = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & -\overline{\beta} \\ \beta & \overline{\alpha} \end{pmatrix} \,\middle|\, \alpha, \beta \in \mathbb{C}^2, |\alpha|^2 + |\beta^2| = 1 \right\}.$$

(ii) Berechnen Sie die Abelisierung und die Charaktergruppe von $\mathrm{SU}(2)$.

Aufgabe 2 [4 Punkte].

Berechnen Sie das Pontryagin Duale der Gruppen $\mathbb{Z}$ und S^1.

Aufgabe 3 [4 Punkte].

Sei X ein lokal kompakter Raum. Zeigen Sie, dass die kompakt-offene Topologie auf $\mathrm{C}(X)$ mit der Topologie der lokal gleichmäßigen Konvergenz übereinstimmt. Ein Netz $(f_i)_{i \in I}$ konvergiert lokal gleichmäßig gegen $f \in \mathrm{C}(X)$, falls für jedes $x \in X$ eine Umgebung U von x existiert, so dass $f_i|_U \to f|_U$ gleichmäßig konvergiert.

Aufgabe 4 [4 Punkte].

Sei G lokal kompakte abelsche Gruppe und $f \in \mathrm{C}_0^*(G)$, $g, h \in \mathrm{C}_c(G)$. Zeigen Sie, dass $\mathrm{L}(f)(g * h) \in \mathrm{C}_0(G)$ und $\mathrm{L}(f)(g * h) = f * g * h$ gilt.