Aufgaben zur Abstrakten harmonischen Analysis

Blatt 10
SS 2016
Abgabe: 07.07.16 14:15 Uhr in der Übungsgruppe

Søren Knudby
Sven Raum

Aufgabe 1 [4 Punkte].
Sei X topologischer Raum und $\Phi : X \times X \to \mathbb{C}$ Kern positiven Typs auf X. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(i) $\Phi(x,y) = \overline{\Phi(y,x)}$ for all $x, y \in X$.

(ii) $|\Phi(x,y)^2| \leq \Phi(x,x)\Phi(y,y)$ for all $x, y \in X$.

Aufgabe 2 [4 Punkte].

Sei G eine lokal kompakte Gruppe und π eine unitäre Darstellungen von G. Zeigen Sie, dass $\pi \sim 1_H \otimes \pi$ für die triviale Darstellung 1_H von G einem beliebigen Hilbertraum H gilt.

Aufgabe 3 [4 Punkte].

Eine topologische Gruppe heißt monothetisch, wenn sie eine dichte zyklische Untergruppe besitzt.

(i) Zeigen Sie, dass eine monothetische Gruppe abelsch ist.

(ii) Sei S^1_d die Gruppe S^1 mit der diskrete Topologie versehen. Zeigen Sie, dass eine kompakte Gruppe K genau dann monothetisch ist, wenn ihre duale Gruppe $\hat{K}$ eine Untergruppe von S^1_d ist.

Aufgabe 4 [4 Punkte].

Sei G lokal kompakte abelsche Gruppe. Zeigen Sie, dass G eine kompakte offene Untergruppe besitzt genau dann wenn $\hat{G}$ eine kompakte offene Untergruppe besitzt.