

Aufgaben zur Abstrakten harmonischen Analysis

Blatt 6

SS 2016

Abgabe: 25.05.16 10:15 Uhr in der Übungsgruppe im SR7

Søren Knudby

Sven Raum

Aufgabe 1 [4 Punkte].

Geben Sie ein Beispiel einer lokal kompakten Gruppe G mit linkem Haar Maß μ und einer unitären Darstellung (π, H) von G an, so dass $(\frac{1}{\mu(U)}\pi(\mathbb{1}_U))_U$ nicht in Operator-Norm gegen die Identität id_H konvergiert, wenn U eine Basis aus kompakten Umgebungen der Identität durchläuft.

Aufgabe 2 [4 Punkte].

Sei G eine lokal kompakte Gruppe. Sei $x \in C_{\text{red}}^*(G) \subset \mathcal{B}(L^2(G))$ und $K \subset G$ kompakt. Zeigen Sie, dass $x|_{L^2(K)}$ ein kompakter Operator ist.

Aufgabe 3 [4 Punkte].

Sei G eine lokal kompakte Gruppe. Benutzen Sie die Aussage von Aufgabe 2 um zu zeigen, dass $C_{\text{red}}^*(G)$ genau dann eine Eins besitzt, wenn G diskret ist.

Aufgabe 4 [4 Punkte].

Sei G eine lokal kompakte Gruppe. Zeigen Sie, dass $C_{\text{red}}^*(G)$ genau dann kommutativ ist, wenn G abelsch ist.